

## GYAKORLATI SZÁMÍTÁSI MÓDSZEREK A FORGÓSZÁRNYAK AERODINAMIKÁJÁBAN

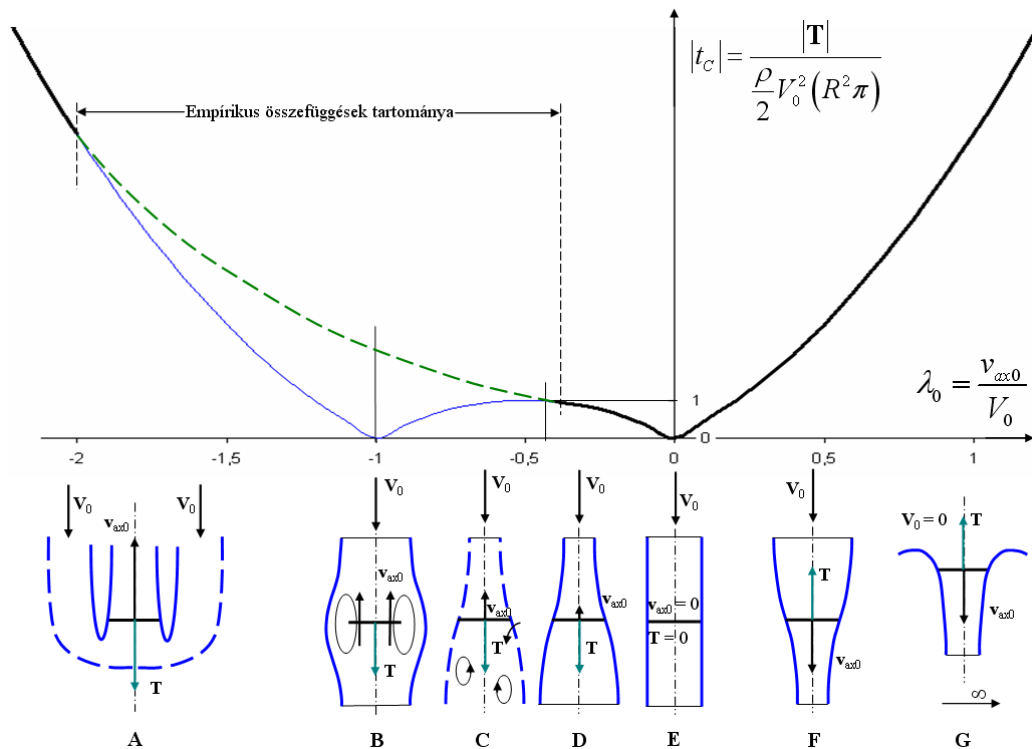
A cikk a forgó szárnyak számításában elért, néhány, fontos, az impulzus tétel és a lapelem elmélet egyesítésére alapuló gyakorlati eredményt ismerteti. E tanulmány csak a tengelyirányú üzemmódokra terjed ki. Ez a korlátozás, azonban lehetőséget ad a forgószárnyak mellett a légszavak és a szélkerekek legfontosabb aerodinamikai jellemzőinek a vizsgálatára is.

### BEVEZETÉS

Ebben a munkában egységes tárgyalási módban áttekintést adunk a forgószárnyak – rotor, légszavar, szélkerék – tengelyirányú működési állapotairól, valamint az ide vonatkozó jellemzők meghatározásának talán kevésbé ismert módszereiről. Így például, a megszokottól eltérően az egyesített impulzus-lapelem elméletet a Schmitz - féle eljárásnak megfelelően építjük fel. Ebben az eljárásban az indukált sebességet nem az axiális és tangenciális összetevőkre, hanem a felhajtóerő és az ellenállás irányába eső komponensekre bontjuk.

Az eljárás az 1. ábrán feltüntetett ( $-0.4 < \lambda_0 < \infty$ ) indukciós tényező tartományban kerül alkalmazásra. Az ábra vízszintes tengelyén rögzített indukciós tényező – a forgószárny tengely irányú indukált sebességének átlagos értéke és a zavartalan áramlási sebesség hányadosa, a függőleges tengelyen pedig a vonóerő tényező abszolút értéke szerepel. Az abszolút érték megjelenítése jelzi, hogy az adott vizsgálatban csak az erő nagysága és nem az iránya az érdekes.

Az ábrán szaggatott vonallal jelölt működési szakaszban a  $t_c$  terhelési tényező abszolút értékének meghatározására a Glauert-féle empirikus összefüggést szokás és javasolt használni. Az alkalmazott számítási eljárást egy példaszámításon keresztül mutatjuk be. A cikkben végigvonuló példában egy 2.64 m átmérőjű légszavar szerepel, ahol  $\lambda_0 = 0.074$  és  $\Omega = 215 [1/s]$ . Számításainkban, megszokott módon, a távoli indukált sebesség, így az axiális és tangenciális komponens is a közeli indukált sebesség kétszerese. Ennek levezetése, a korlátozó feltételekkel együtt megtalálható a cikk végén felsorolt szakirodalomban.



1. ábra. Tengelyirányú működési állapotok

A – a légsavar-fék; B – az örvénygyűrű; C – a turbulens sugár, D – a szélkerék; E – az erőmentes;  
 F – az emelkedő forgószárny vagy a légsavar;  
 G – a lebegő forgószárny vagy az álló repülőgépen működő légsavar állapot.

## 1. A FORGÓSZÁRNYON ÁTHALADÓ LÉGSUGÁR FORGÁSA

A forgószárnyak működésében, a legkedvezőbb kialakítással kapcsolatos kérdésekben fontos szerepe van a forgószárnyon áthaladó levegősugár forgásának. A forgószárnyra, a forgószárny síkon át felírható az ideális, összenyomhatatlan közegre vonatkozó Bernoulli egyenlet. Ez az egyenlet a forgószárnyhoz rögzített, forgó koordináta rendszerben [1]:

$$\frac{p_0}{\rho} + \left( \frac{V_0^2}{2} + \frac{r^2 \Omega^2}{2} \right) - \frac{r^2 \Omega^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \left[ \frac{(V_0 + 2v_{ax})^2}{2} + \frac{r_2^2 (\Omega - 2\omega)^2}{2} \right] - \frac{r_2^2 \Omega^2}{2} \quad (1)$$

ahol:

- $p_0, V_0$  - a környezeti nyomás, ill. a zavartalan áramlás sebessége;
- $r$  és  $r_2$  - terjedtség irányú helykoordináta (helyi sugár) a forgószárny előtt, ill. mögött nagyobb távolságban;
- $\Omega$  - a forgószárny szögsebessége;
- $p_2$  - a forgószárny mögötti, a helyi sugár mentén változó nyomás;

- $v_{ax}$  - a tengely irányú indukált sebesség összetevő;
- $\omega$  - a forgószárnyon áthaladó légsugár forgásának szögsebessége, közvetlenül a forgószárny után, a továbbiakban indukált szögsebesség.

Az (1) egyenletben a baloldali kifejezés a forgószárny előtti, a jobboldali pedig a forgószárny mögötti elegendően nagy távolságon adódó áramlásra vonatkozik. Az (1) egyenlet mindkét oldalának második tagja egyaránt a relatív sebesség négyzetének fele, a harmadik tag pedig a centrifugális erőterben értelmezhető potenciál kifejezése. Az Euler egyenlet integrálásával és a sugár-kontrakciót ( $r \cong r_2$ ) elhanyagolásával, [1] nyomán a fenti egyenlet a következő alakra írható át:

$$v_{ax} (V_0 + v_{ax}) - u_k (U - u_k) = \frac{1}{2} \int_r^R r \omega^2 dr \quad (2)$$

ahol:

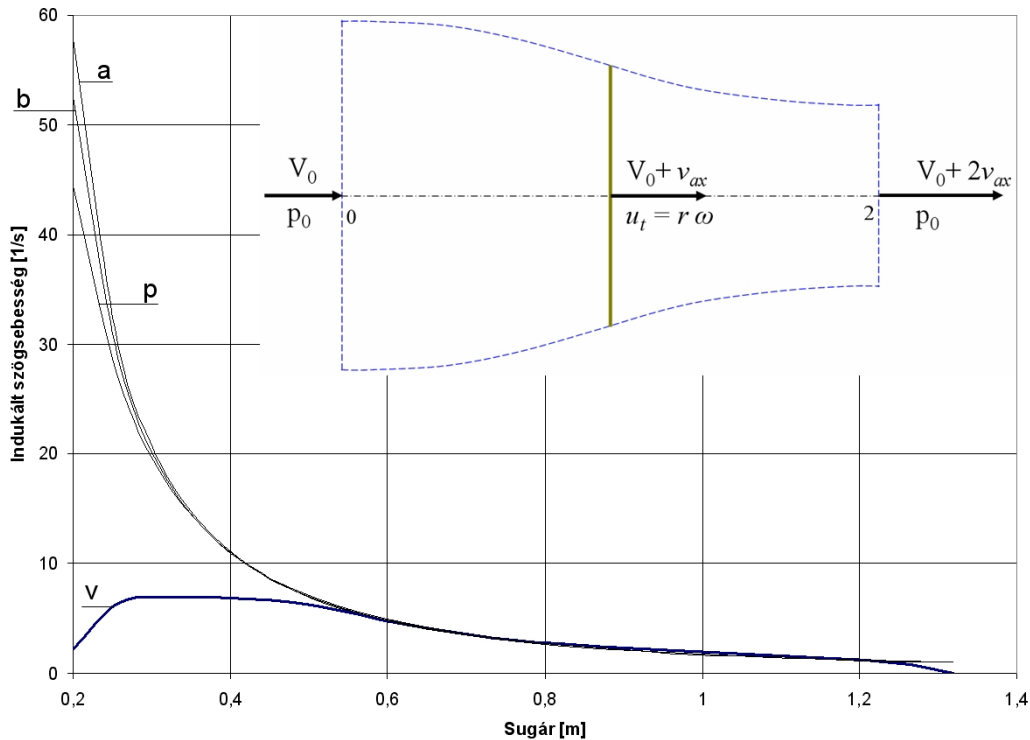
- $u_k = r \omega$  - az indukált sebesség tangenciális komponense;
- $U = r \Omega$  - a forgásból származó, kerületi sebesség.

Ha a (2) kifejezés jobb oldalán szereplő nyomásváltozást kifejező tagot közelítőleg nullának vesszük, megkapjuk a [12]-ből jól ismert (10.30) számú egyenletet:

$$v_{ax} (V_0 + v_{ax}) - u_k (U - u_k) = 0 \quad (3)$$

Az eredményből kiolvasható: ha létezik az axiális, vagyis tengely irányú indukált sebesség, akkor léteznie kell a tangenciális indukált sebességnek is. Vagyis abban az esetben, amikor az egész forgószárny forgatásához nyomaték szükséges, akkor a levegő sugár felgyorsítása maga után vonja a levegő sugár forgását is. A 2. ábra mutatja egy a bevezetőben említett 2.64 m átmérőjű légsavarra elvégzett példaszámítás eredményeit. A példában szereplő légsavar, a légsavar síkban állandó tengelyirányú indukált sebességet állít elő.

Az ábrán bemutatott „a”-jelű görbe az (2) integrál egyenlet numerikus megoldásából adódik – ez a görbe áll a valósághoz legközelebb, mivel figyelembe veszi a légsugár forgása miatt kialakuló nyomásváltozást is. A „b”-jelű görbe a nyomásváltozás elhanyagolásával, (3) szerint számított szögsebességeket tünteti fel – ez a görbe, kis  $r$  értékeknél az „a” görbe alatt halad. A harmadik „p”-jelű görbe egy potenciális örvény sebesség eloszlásához ( $u_k = \Gamma/2\pi r$ ) rendelhető szögsebesség eloszlást mutat be.



2. ábra. A távoli indukált szögsebesség ( $\omega_2 = 2 \omega$ ) változása a sugár függvényében

A „ $\Gamma$ ” cirkuláció értékét a legkisebb négyzetek módszerével határoztuk meg, úgy, hogy az „**a**” és a „**p**” görbék eltérése a legkisebb legyen. A kis  $r$ -eknél ez a görbe halad a legalacsonyabban, általában azonban mindhárom görbe igen közel fut egymáshoz.

Az az eredmény, ami szerint a választott példában a szögsebesség eloszlás eléggé hasonló a potenciális örvény sebesség mezejéhez rendelhető szögsebesség eloszláshoz, arra enged következtetni, hogy a példa szerinti forgószárnyon nevezetesen a légsavarsíkon áthaladó levegősugárban a levegő részecskék körben keringenek, hiszen a tangenciális indukált sebesség nem nulla, de a saját tengelyük körül nem, vagy alig forognak – vagyis a sugárban a rotáció közel nulla. Ez a megállapítás nem teljesen általános, így például valóságos közegben, ha a tengely irányú indukált sebesség nem állandó, a szögsebesség eloszlás a lapáttő és lapátvég környezetében messze elhagyja a fenti, ideálisnak tekinthető eloszlást, azonban a fennmaradó sugár-tartományban igen jó egyezés alakul ki. Ezt a tényt támasztja alá a 2. ábrán bemutatott „**v**”-jelű, görbe ahol az említett tartományokban adódó értékbeli különbség jól látható.

Fentiek alapján kijelenthetjük, hogy az aerodinamikai szempontból a forgószárnyak nagyon fontos része a lapátvég-tartomány. A lapátvég jó kialakítása, tervezés során a jellemzők minél pontosabb meghatározása igen döntő fontosságú.



A lapátszám (jele: B) figyelembe vételével, a légellenállás-erő az impulzus tétel, illetve a lapelem elmélet alapján:

$$\Delta D = \Delta \dot{m}(2u_D) = \rho 2\pi r \Delta r W \sin \beta (2u_D) = B c_D \frac{\rho}{2} W^2 h \Delta r \quad (7)$$

Ezzel, az ellenállás irányú indukált sebesség összetevő:

$$u_D = \frac{B z}{8\pi r} \frac{c_D}{\sin \beta} W \quad (8)$$

Az  $u_D$  (6)-ba behelyettesítésével, átrendezés után, az eredő sebesség:

$$W_0 = \frac{W}{\cos(\beta - \beta_0)} \frac{\frac{8\pi r}{B h} \sin \beta + h c_D}{\frac{8\pi r}{B h} \sin \beta} \quad (9)$$

A felhajtóerő, B lapátszám esetén:

$$\Delta L = \Delta \dot{m}(2v_L) = \rho 2\pi r \Delta r W \sin \beta (2v_L) = B c_{L\infty} \frac{\rho}{2} W^2 h \Delta r \quad (10)$$

Egyszerűsítések után, illetve (5) behelyettesítésével az alábbi egyenlet adódik:

$$2\pi r \sin \beta \left[ 2W_0 \sin(\beta - \beta_0) \right] = \frac{W}{2} B h c_{L\infty} \quad (11)$$

A  $W_0$  eredő sebesség kifejezésének (9) behelyettesítése után:

$$2\pi r \sin \beta \left[ 2 \frac{W}{\cos(\beta - \beta_0)} \frac{\frac{8\pi r}{B h} \sin \beta + h c_D}{\frac{8\pi r}{B h} \sin \beta} \sin(\beta - \beta_0) \right] = \frac{W}{2} B h c_{L\infty} \quad (12)$$

A (12) egyenletben szereplő ismeretlenek ( $c_{L\infty}$ ,  $c_D$  és  $\beta$ ) már közül elegendő a  $\beta$  szöget meghatározni, a másik két ismeretlen a profil jellemzőkből, (4) figyelembe vételével meghatározható.

Egyszerűsítések után, a (12) egyenlet átrendezésével írható:

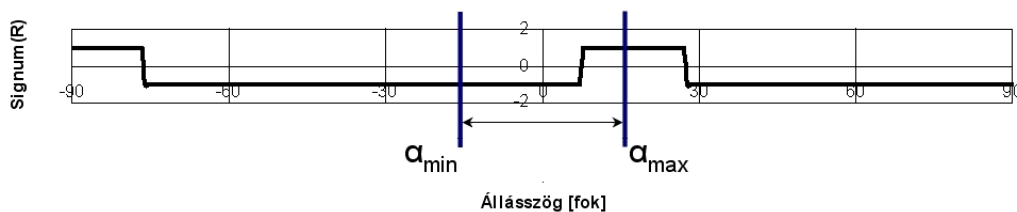
$$h c_{L\infty} - \left[ \frac{8\pi r}{B} \sin \beta + h c_D \right] \tan(\beta - \beta_0) = 0 \quad (13)$$

Ha a (13) egyenlet bal oldalára nem a pontos megoldás szerinti  $c_{L\infty}$ ,  $c_D$  és  $\beta$  kerülnek behelyettesítésre, akkor értelemszerűen a jobb oldal nullától különböző értéket ad. A nullától való eltérés maradéknak vagy reziduum-nak szokás nevezni [5].

A reziduum bevezetése a Newton-iteráció alkalmazását teszi lehetővé. Ezek szerint a forgószárny aerodinamikai jellemzőinek számításával kapcsolatos feladat nem más, mint a (13)-at kielégítő  $(c_{L\infty}, c_D, \beta)$  érték-hármas meghatározása. Az  $\mathfrak{R}$  -rel jelölt reziduum bevezetésével, írható:

$$h c_{L\infty} - \left[ \frac{8\pi r}{B} \sin \beta + h c_D \right] \tan(\beta - \beta_0) = \mathfrak{R} \quad (14)$$

A gyakorlati számításokban fenti nemlineáris egyenletet kell megoldani, úgy hogy a reziduum értéke jó közelítéssel nulla legyen. Az egyenletnek általában három megoldása van. Ezek közül általában egy olyan, amelyik fizikailag irreális eredményt ad. Ez a korábban bevezetett, légsavarra vonatkozó példaszámításban:  $V_0 = 35$  [m/s]-nál,  $\alpha_1 = -76.25$  [fok] (4.ábra). Ebben az esetben a reziduum, a negatív állásszögek felől közeledve először igen nagy pozitív értékeket vesz fel, majd egy nagyon rövid intervallumon belül egy nagyon nagy abszolút értékű negatív számra változik. Ebben a példaként tekintett esetben az ellenállás irányú indukált sebesség összetevő értéke nagyon kicsi, a felhajtóerő irányú összetevő viszont rendkívül nagy (kb. 215 m/s).



4. ábra. A reziduum függvény nulla-helyei

A második, reálisnak tekinthető megoldás, fenti példában. Ekkor az indukált sebesség összetevők értéke:  $u_D = 0.245$  [m/s] és  $v_L = 22.66$  [m/s]. Ez az a megoldás, ami légsavarszerű működésben fizikailag és műszakilag reálisnak fogadható el.

A harmadik megoldás az  $\alpha_3 = 27.55$  [fok], ebben az esetben  $u_D = -34.38$  [m/s] és  $v_L = -52.07$  [m/s]. Ez a működési állapot egy nagyon gazdaságtalan szélkerék (vagy rotor esetében autorotáló forgószárny) üzemi állapotnak felelhet meg. Fizikailag és műszakilag megfelelő megoldás az állásszög  $(-17.2$  [fok]  $\leq \alpha \leq 14.85$  [fok]) tartományban adódik. Gyakorlati számításokban a reziduum minimális értékének numerikus meghatározására Newton-iterációt alkalmazunk.

A fizikailag és műszakilag is értelmes zérus hely megkereséséhez az iterációs megoldást a nulla állásszög értékről, azaz a  $\beta = \varphi$  feltétellel célszerű elindítani:

$$\beta_{új} = \beta_{régi} - \frac{\Re}{\left(\frac{\partial \Re}{\partial \beta}\right)} \quad (15)$$

ahol:

$$\frac{\partial \Re}{\partial \beta} = h \frac{\partial c_{L\infty}}{\partial \beta} - \left[ \frac{8\pi r}{B} \cos \beta + h \frac{\partial c_D}{\partial \beta} \right] \tan(\beta - \beta_0) - \left[ \frac{8\pi r}{B} \sin \beta + h c_D \right] \left[ 1 + \tan(\beta - \beta_0)^2 \right]$$

A Newton-féle eljárás igen gyors konvergenciát biztosít, általában néhány (legfeljebb tíz) lépés elegendő az előírt pontosságú (pl.  $\Re < 10^{-16}$ ) megoldás megtalálásához. Ezen felül a gyakorlati számításokban a konvergencia ellenőrzés mellé érdemes egy lépésszám korlátot (pl. 50) is beépíteni, ugyanis ezzel biztosítható, hogy a program ne essen végtelen ciklusba. A kapott eredményeket az állásszög vonatkozásában is meg kell vizsgálni: az eredmény elfogadható, amennyiben a számított működési állásszög a negatív és pozitív kritikus állásszög közé esik, ellenkező esetben pedig elvetendő.

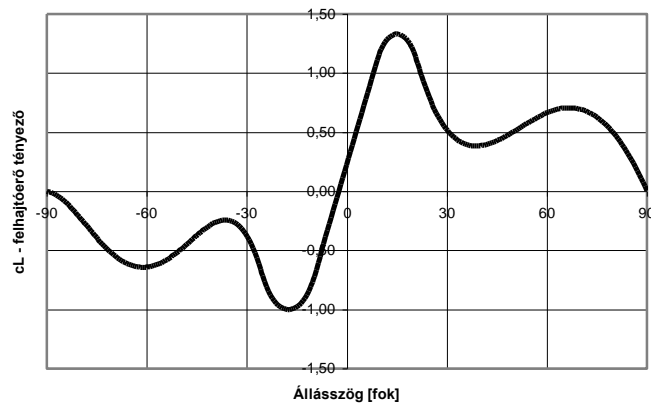
### 3. A FORGÓSZÁRNY LAPÁT PROFILJÁNAK AERODINAMIKAI JELLEMZŐI

A forgószárnyakon alkalmazott lapát-profil döntő szerepet játszik az aerodinamikai tulajdonságok meghatározásában. Különösen a légcsavaroknál fontos egy olyan profil-család választása, melynél a légerő tényezők értéke változó profil vastagság esetében is ismert. E megfontolás figyelembevételével, a bevezetett példának megfelel az [1]-ben található profil család. Továbbá ahhoz, hogy az előbbieken javasolt iteráció mindig végrehajtható legyen a számításokhoz szükséges lehet a profil-jellemzők  $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  állásszög tartományra való kiterjesztése. Azonban mivel az elfogadható eredmények tartománya igen korlátozott, a kiterjesztés pontossága nem játszik túl nagy szerepet.

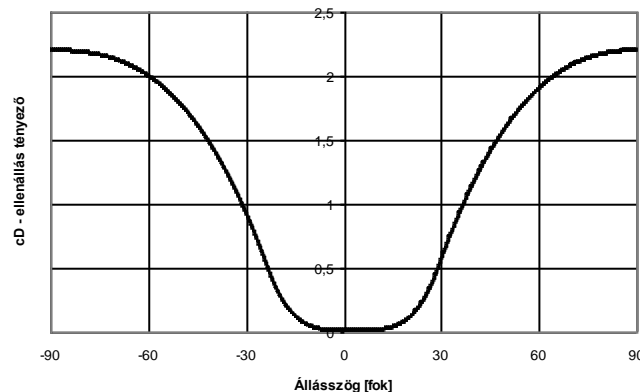
A ún. kiterjesztett profil jellemzők bemutatásával a szélesebb körben használt szakirodalom nem igazán bővelkedik, csak egy-egy külföldi forrásban és csak néhány jól ismert profil vonatkozásában találhatunk ilyen jellegű adatot. Miközben, például a helikopter rotorlapát profilok esetében még ennél is jóval szélesebb, a  $(-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ)$  állásszög tartomány ismerete szükséges. Sőt ilyenkor a kiterjesztett tartomány pontossága is fontos, mivel a rotorlapátoknál nem kerülhetők el teljes mértékben az aerodinamikailag igen kedvezőtlen működési állapotok sem – az ezekre vonatkozó számítások pontosságát pedig alapvetően a kiinduló adatok pontossága határozza meg.



A  $c_{L\infty}$  felhajtóerő- és  $c_D$  légellenállás-tényező függvények kiterjesztése, mérések híján numerikus számítással közelíthető. Napjainkban erre a feladatra akár ingyenesen használható szoftverek állnak rendelkezésünkre. Így, például a világszerte ismert és elismert az internetről szabadon letölthető XFLR5 program, mely segítségével a profil-jellemzőket numerikus aerodinamikai számítási módszerekkel határozhatjuk meg. Természetesen ilyenkor is a validáció, vagyis a számított eredmények ellenőrzése erősen ajánlott.



5. ábra. A példaszámításban felhasznált profil  $c_{L\infty}$  változása a kiterjesztett  $\alpha$  tartományban



6. ábra. A példaszámításban felhasznált profil  $c_D$  változása a kiterjesztett  $\alpha$  tartományban

Az 5. és 6. ábrán látható a példaszámításban alkalmazott profil nagyobb állásszög tartományra kiterjesztett felhajtóerő és ellenállás tényező változása. Ezek a jellemzők általában zárt alakú függvényként harmad ill. negyedfokú polinomok formájában is rendelkezésre állnak. Ez azért is

előnyös, mert a (15) egyenlet  $\left(\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \beta}\right)$  kifejezésében szereplő deriváltak:

$$\frac{\partial c_{L\infty}}{\partial \beta} = -\frac{\partial c_{L\infty}}{\partial \alpha^*} \quad \text{és} \quad \frac{\partial c_D}{\partial \beta} = -\frac{\partial c_D}{\partial \alpha^*}, \quad \alpha^* = \varphi - \beta \quad (16)$$

polinommal megadott függvénykapcsolat esetében könnyen számíthatók.

## 4. A FORGÓSZÁRNY LAPÁT VÉGESSÉGÉNEK FIGYELEMBE VÉTELE

A légerő tényezők adott profil esetében függvényei az állásszögnek, a profil körül kialakuló áramlás Reynolds- és Mach számának és a profil felületi érdességének. A mért vagy számított értékek azonban alapvetően síkáramlásra igazak. A forgószárny lapátok azonban, bár nagy karcsúságú szárnynak felelnek meg, véges hosszúságúak, ezért a körülöttük kialakuló áramlás térbeli, vagyis háromdimenziós.

A térbeli áramlás vizsgálatára az örvény-elméletek alkalmasak – ezek részletes tárgyalása túllépi e cikk kereteit. Ludwig Prandtl fejlesztett ki egy viszonylag egyszerű összefüggést, amelyet sok munkában mind a mai napig az eredeti formájában alkalmaznak. Ez az összefüggés megadja a kapcsolatot a sík és a térbeli áramlásban értelmezett felhajtóerő-tényező között:

$$c_L = F c_{L\infty} \quad (16)$$

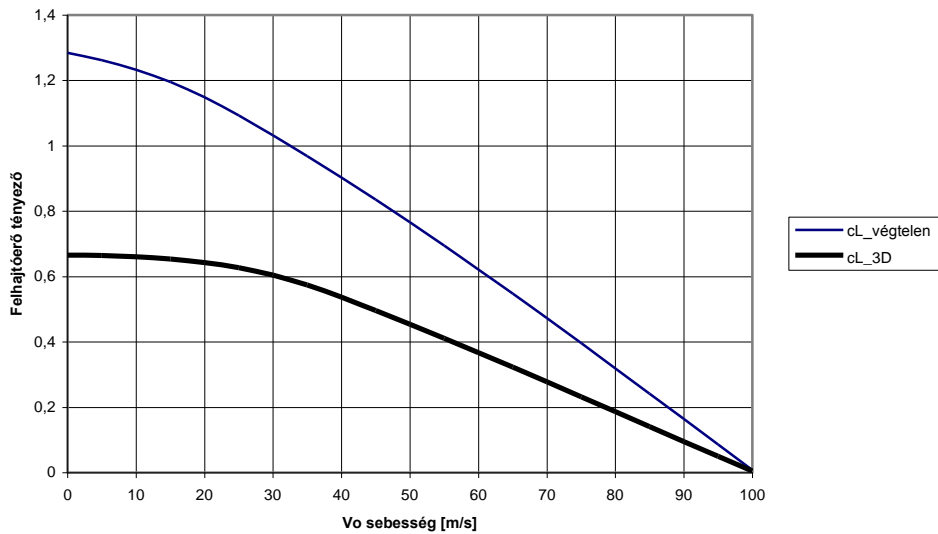
ahol:

$$F = \frac{2}{\pi} \text{Arc cos} \left[ \exp \left( -\frac{B}{2} \frac{R-r}{R} \frac{1}{\sin \beta_T} \right) \right] \quad (17)$$

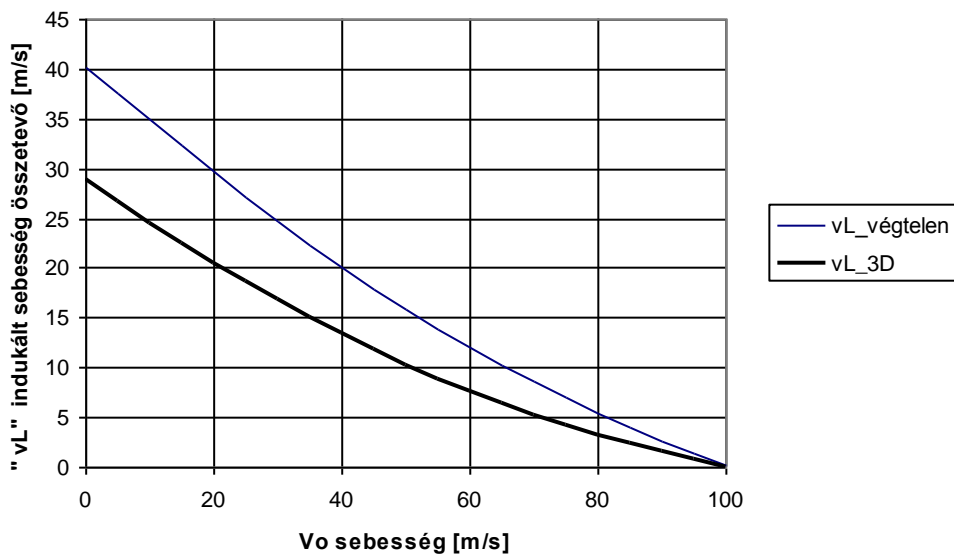
az ún. Prandtl-féle lapátvég veszteségi tényező,  $\beta_T$  a lapátvégen értelmezett  $\beta$  szög.

Az „ $F$ ” tényező értéke általában egynél kisebb, legfeljebb 1, a lapátvégen azonban mindig nullára csökken. A lapátvég tartományban adódó változás jellegének nagy jelentősége van az e tartományban értelmezett működési jellemzők kialakulásában. Néhány szerző a (16)-tal analóg formulát vezet be a lapáttőre is, azonban a lapáttőben keletkező felhajtó-erő általában nem számottevő, ezért a lapáttő-veszteséggel a következőkben nem számolunk.

A 7. ábrán láthatjuk a példaszámításban meghatározott két- ill. háromdimenziós felhajtóerő tényező értékének kialakulását a  $V_0$  előrehaladási sebesség függvényében, a  $v_L$  indukált sebesség vonatkozásában kapott eredményeket pedig a 8. ábra mutatja.



7. ábra. A felhajtóerő tényező változása a 75%-os sugárnál



8. ábra. A „ $v_L$ ” indukált sebesség összetevő változása a 75%-os sugárnál

Látható, hogy a lapát végessége következtében a két-dimenziós viszonyokhoz képest mind a felhajtóerő tényező, mind az ehhez tartozó indukált sebesség összetevő csökken. A példaszámításból azonban az is kiderül, hogy a profil tulajdonságainak változása miatt a kisebb felhajtóerő tényező valamivel nagyobb állásszögnél keletkezik és ezért az ellenállás tényező értéke a véges lapátnál növekszik.

A (16) szerinti számítás meglehetősen régóta ismert, de mind a mai napig széles körben alkalmazzák. A modern szakirodalomban esetenként (17)-be korrekciós tényezőket, függvényeket vezetnek be.

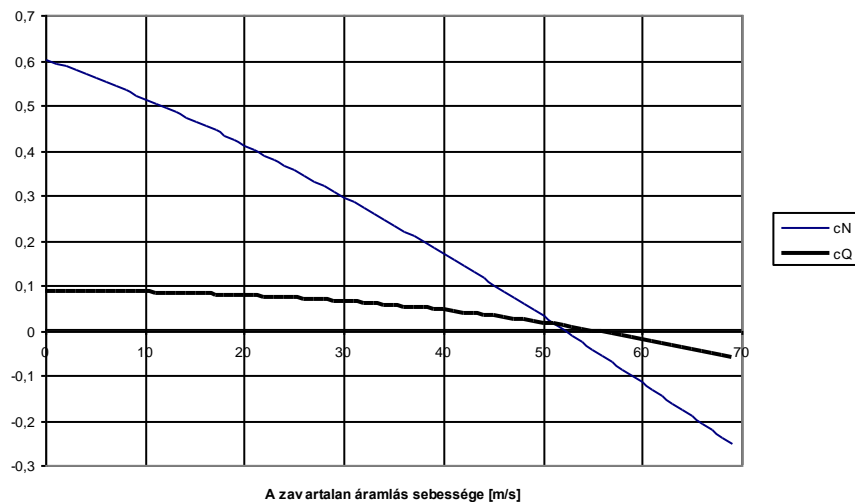
## 5. A FORGÓSZÁRNY LAPÁT MŰKÖDÉSI ÁLLAPOTAINAK VIZSGÁLATA

A 4. pontban ismertetett eljárás alapján kiszámított aerodinamikai jellemzők ismeretében meghatározhatjuk a forgószárny működésére jellemző, normál- ill. tangenciális erőtenyezőket:

$$c_N = c_L \cos \beta - c_D \sin \beta \quad (18)$$

$$c_Q = c_L \sin \beta + c_D \cos \beta \quad (19)$$

A 9. ábra mutatja a példaszámítás 0.75R jellemző metszetre vonatkozó eredményeit.

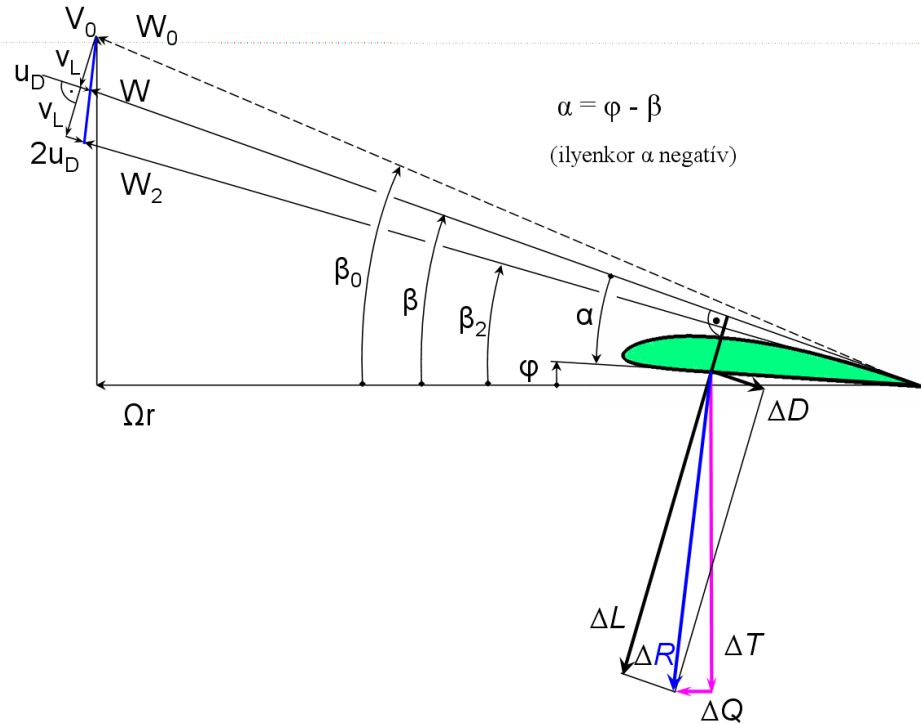


9. ábra. A  $c_N$  és  $c_Q$  tényezők változása a  $V_0$  függvényében

A számítási eredményekből jól látható, hogy a  $c_N$  tényező értéke kb. 52 m/s-os sebességnél lesz negatív – ekkortól a vonóerő helyett fékezőerőt kapunk. Ugyanakkor a  $c_Q$  értéke csak kb. 55 m/s-nál lesz negatív, vagyis 52 és 55 m/s között a légsavár lapelem forgatásához teljesítményt kell befektetni, de már nem vonó- hanem fékezőerő keletkezik, illetve a légáramlásból származó, légsavart forgató nyomaték csak 55 m/s felett jelentkezik.

Az 1. ábrával kapcsolatban bevezettük az indukciós tényező ( $\lambda_0$ ) fogalmát. Ez az indukciós tényező, a példaszámításban az 52 m/s-os sebességnél lesz nulla, illetve az ennél nagyobb sebességek esetén negatív értékeket vesz fel. Amennyiben ez az érték kisebb, mint -0.4, akkor az eddig ismertetett impulzus és lapelem elméleten alapuló számítást módosítani kell.

A 10. ábrán egy szélkerék állapotban működő légsavár metszet sebességi- és erő-viszonyai láthatók. Az igazi szélkerék esetében a profilt megfordítják, azaz az íveltebb oldala alulra kerül. Ebben az esetben az állásszög értelmezése is megváltozik. A 10. ábra az önforgó módban működő forgószárny-profil esetére is alkalmazható – ekkor a  $V_0$  sebesség lefele kell mutasson.



10. ábra. Légsavár szélkerék állapotban

Glauert légsavárokkal kapcsolatos vizsgálatai során megmutatta, hogy az indukciós tényező kis értékeinél korrekciós tényező bevezetése szükséges. Schmitz ([5]) vizsgálataiban azt tételezte fel, hogy a profil nem képes túl nagy irányelterelésre – azaz, a 10. ábra jelöléseinek megfelelően:

$$\beta \geq \frac{2}{3} \beta_0 \quad (20)$$

Ennek megfelelően célszerű egy új változót bevezetni:

$$x = \frac{1}{4} \sin \beta_0 \sqrt{9 - 2 \left( \frac{\sin \beta}{\sin \left( \frac{2}{3} \beta_0 \right)} \right)^2 + 9 \left( \frac{\sin \beta}{\sin \left( \frac{2}{3} \beta_0 \right)} \right)^4}, \quad \text{ha } \lambda_0 < -0.4 \text{ és } \beta < \frac{2}{3} \beta_0 \quad (21)$$

Ezen a módon számíthatók a szélkerekek azon működési állapotai, amikor az érkező levegő túlságosan lefékeződik, illetve ez a számítási mód alkalmazható az örvénygyűrű állapotban is. Természetesen ez egy, empirikus formulán alapuló közelítés – szükség esetén korszerű, de igen nagy ráfordítást igénylő CFD módszerekkel e kérdéskörök pontosabban is vizsgálhatók.

## 6. A TELJES FORGÓSZÁRNY LAPÁT SZÁMÍTÁSA

Egy egységnyi hosszúságú lapelem vonóerejének illetve a forgatáshoz szükséges (vagy szélkerék esetében a kinyerhető) teljesítményének számítása az alábbi módon lehetséges, „B” lapátszám esetén:

$$\frac{\Delta T}{\Delta r} = B c_N \frac{\rho}{2} W^2 h = B (c_{L3D} \cos \beta - c_D \sin \beta) \frac{\rho}{2} W^2 h \quad (22)$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta r} = \frac{\rho}{2} W^2 B h c_Q = \frac{\rho}{2} W^2 B h (c_{L3D} \sin \beta + c_D \cos \beta) \quad (23)$$

A forgószárnyak esetében fontos a minél kedvezőbb hatásfok elérése. A cikkben bevezetett közelítő számítás szerint az egyes lapelemek működése egymástól direkt módon nem függ. A kísérleti vizsgálatokból ismert, hogy a lapátokról leúszó örvény igen hamar egyetlen lapátvég örvénnyé csavarodik fel, ezért a metszetek független vizsgálata – ezen a szinten – elfogadható feltevés. Így például [10] szerint definiálható az ún. profil hatásfok:

$$\eta_{profil} = \frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \varepsilon)}; \text{ ez maximális, ha: } \varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{\varepsilon}{2} \left( \varepsilon = \arctan \frac{c_D}{c_L} \right) \quad (24)$$

A (24) szerint tehát minden metszethez találhatunk egy a legkedvezőbbnek mondható beállítási szöveget – ezt azonban csak a legfontosabb metszetek (a 75-80%-os sugár környezete) érdemes megközelíteni, a többi sugárnál pedig célszerűbb a közel állandó tengely-irányú indukált sebességgel számolni. Ez utóbbi feltétellel a légcsavaroknál és a helikopter rotoroknál fontos vonóerő értéke könnyebben tartható.

Adott geometria és működési viszonyok esetén felépíthető egy számítási eljárás, amelyben (22) és (23) szerint meghatározható az egységnyi terjedtségű lapelem vonóereje (szélkeréknél ellenállás ereje) és a forgatás ellenében ható (szélkeréknél forgató) fékező ereje. Az egész lapát, illetve forgószárny eredő vonóereje, illetve a forgatáshoz szükséges teljesítmény a következő módon számítható:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta T}{\Delta r} \Big|_{r_i} \Delta r_i \quad (25)$$

$$P = \Omega \sum_{i=1}^n \frac{\Delta Q}{\Delta r} \Big|_{r_i} \Delta r_i \quad (26)$$

A (25) és (26) kifejezések tulajdonképpen numerikus integrálást jelentenek. A fenti, felírási mód a legegyszerűbb. Kissé összetettebb lehetőséget jelent az, ha a (22) és (23) kifejezések értékeit az integrálandó függvények (közelítő) értékeinek tekintjük. Ezen az alapon numerikus integrálási eljárást

is alkalmazhatunk – ilyen pl. a jól ismert trapéz-szabály, vagy Simpson formula – ezekkel az eljárásokkal pontosabb eredmény nyerhető.

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

Az előző pontokban ismertetett eljárások alkalmasak szelesebb értelemben vett forgószárnyak egységes szemléletben történő aerodinamikai és működési viszonyainak részletesebb és egyben hatékonyabb vizsgálatára. A bemutatott Newton-iteráció igen célszerűen használható a nemlineáris egyenletek gyök helyeinek közelítő meghatározására, ami lényegesen lecsökkenti a reziduum minimumának keresési idejét. Az alkalmazott összefüggések lehetőséget adnak a szárnyvég veszteségek figyelembe vételére, valamint nemcsak az egyes metszetek, hanem az egész forgószárny működési jellemzőinek meghatározására is.

### FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] ALEKSZANDROV, V. L.: Légszavak, Tankönyvkiadó, Budapest, 1953
- [2] BITTNER, W.: Flugmechanik der Hubschrauber, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005
- [3] DOMMASCH, D. O.: Elements of Propeller and Helicopter Aerodynamics, Pitman & Sons, London, 1953
- [4] DRELA, M.: QPROP Formulation, MIT Aero & Astro, 2006
- [5] GASCH, R – TWELE, J.: Windkraftanlagen, Teubner Verlag, Wiesbaden, 2005
- [6] GAUSZ, T.: Helikopterek, BME Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest, 1982
- [7] GAUSZ, T.: Szárnyprofil, szárny és légszavak vizsgálata, BME Repülőgépek és Hajók Tanszék kiadványa, 1995
- [8] GLAUERT, H.: Die Grundlagen der Tragflügel- und Luftschraubentheorie, Springer Verlag, Berlin, 1929
- [9] GRÜBER, J. – BLAHÓ, M.: Folyadékok mechanikája, Tankönyvkiadó, Budapest, 1971
- [10] LARRABEE, E. E.: Propellers for Human-Powered Vehicles, Human Power, Vol. 9. No. 2. 1984
- [11] LEISHMAN, J. G.: Principles of Helicopter Aerodynamics, Cambridge University Press, 2000
- [12] RÁCZ, E.: A repülés mechanikája, Tankönyvkiadó, Budapest, 1953
- [13] REISSNER, H.: A Generalised Vortex Theory of the Screw Propeller and its Application; NACA TN 750, 1940
- [14] WALD, Q. E.: The aerodynamics of propellers, ScienceDirect, 2006